


# Scomposizione di un polinomio mediante la divisione

## premessa

Per scomporre un polinomio di qualunque grado nel prodotto di più polinomi ciascuno di grado inferiore a quello assegnato, si può ricorrere alla divisione del polinomio per un binomio di primo grado.

Vediamolo con qualche esempio

 Fai attenzione che non tutti i polinomi si possono scomporre. Infatti come esistono i numeri primi esistono i polinomi primi

## esempi

1. Scomponiamo il seguente polinomio di terzo grado in  $x$ :  $6 - x + x^3$

$$x^3 - x + 6$$

si ordina, se necessario, il polinomio da scomporre secondo le potenze decrescenti della variabile

$$+1, -1, +2, -2, +3, -3, +6, -6$$

si individuano i divisori del termine noto del polinomio (+6)

- per  $x = 1$  si ha  
 $(1)^3 - (1) + 6 = 1 - 1 + 6 = 6$
- per  $x = -1$  si ha  
 $(-1)^3 - (-1) + 6 = -1 + 1 + 6 = 6$
- per  $x = 2$  si ha  
 $(2)^3 - (2) + 6 = 8 - 2 + 6 = 12$
- per  $x = -2$  si ha  
 $(-2)^3 - (-2) + 6 = -8 + 2 + 6 = 0$

tra i divisori trovati si cerca quello che **annulla** il polinomio. Per fare ciò si sostituiscono i divisori trovati uno alla volta alla variabile  $x$  del polinomio e si sviluppano i calcoli.

**-2** è il divisore cercato.  
 Esso è detto "zero" del polinomio.

Il polinomio da scomporre ammette come divisore il binomio  $x - (-2) = x + 2$

$$(x^3 - x + 6) : (x + 2)$$

si procede alla divisione tra il polinomio da scomporre e il binomio divisore trovato

$$x^3 + 0x^2 - x + 6$$

si completa, se necessario, il polinomio da scomporre con i termini mancanti

$$\begin{array}{r|l} x^3 + 0x^2 - x + 6 & x + 2 \\ \hline & \end{array}$$

si crea la griglia in figura disponendo il polinomio dividendo a sinistra e il binomio divisore a destra

$$\begin{array}{r|l} x^3 + 0x^2 - x + 6 & x + 2 \\ \hline & x^2 \end{array}$$

si divide il primo termine ( $x^3$ ) del polinomio dividendo per il primo termine ( $x$ ) del binomio divisore e si scrive il risultato  $x^2$  nello spazio in basso a destra

$$\begin{array}{r|l} x^3 + 0x^2 - x + 6 & x + 2 \\ -x^3 - 2x^2 & \hline & x^2 \end{array}$$

si moltiplica  $x^2$  per ciascun termine del binomio divisore e si scrive il risultato ( $x^3 + 2x^2$ ), **cambiato di segno**, a sinistra sotto i termini dello stesso grado del polinomio dividendo

# Scomposizione di un polinomio mediante la divisione

$\begin{array}{r} x^3 + 0x^2 - x + 6 \\ -x^3 - 2x^2 \\ \hline 0 - 2x^2 - x + 6 \end{array}$	$\begin{array}{r} x + 2 \\ \hline x^2 \end{array}$	<p>si sommano i termini simili e si riporta il risultato ottenuto. Tale operazione porta all'eliminazione del termine di grado massimo</p>
$\begin{array}{r} x^3 + 0x^2 - x + 6 \\ -x^3 - 2x^2 \\ \hline -2x^2 - x + 6 \end{array}$	$\begin{array}{r} x + 2 \\ \hline x^2 - 2x \end{array}$	<p>si divide il primo termine (<math>-2x^2</math>) del polinomio ridotto per il primo termine <math>x</math> del binomio divisore e si scrive il risultato <math>-2x</math> nello spazio in basso a destra</p>
$\begin{array}{r} x^3 + 0x^2 - x + 6 \\ -x^3 - 2x^2 \\ \hline -2x^2 - x + 6 \\ +2x^2 + 4x \end{array}$	$\begin{array}{r} x + 2 \\ \hline x^2 - 2x \end{array}$	<p>si moltiplica <math>-2x</math> per ciascun termine del binomio divisore e si scrive il risultato (<math>-2x^2 - 4x</math>), <b>cambiato di segno</b>, a sinistra sotto i termini dello stesso grado del polinomio ridotto dividendo</p>
$\begin{array}{r} x^3 + 0x^2 - x + 6 \\ -x^3 - 2x^2 \\ \hline -2x^2 - x + 6 \\ +2x^2 + 4x \\ \hline 0 + 3x + 6 \end{array}$	$\begin{array}{r} x + 2 \\ \hline x^2 - 2x \end{array}$	<p>si sommano i termini simili e si riporta il risultato ottenuto</p>
$\begin{array}{r} x^3 + 0x^2 - x + 6 \\ -x^3 - 2x^2 \\ \hline -2x^2 - x + 6 \\ +2x^2 + 4x \\ \hline +3x + 6 \end{array}$	$\begin{array}{r} x + 2 \\ \hline x^2 - 2x + 3 \end{array}$	<p>si divide il primo termine (<math>+3x</math>) del polinomio ridotto per il primo termine (<math>x</math>) del binomio divisore e si scrive il risultato <math>+3</math> nello spazio in basso a destra</p>
$\begin{array}{r} x^3 + 0x^2 - x + 6 \\ -x^3 - 2x^2 \\ \hline -2x^2 - x + 6 \\ +2x^2 + 4x \\ \hline +3x + 6 \\ -3x - 6 \end{array}$	$\begin{array}{r} x + 2 \\ \hline x^2 - 2x + 3 \end{array}$	<p>si moltiplica <math>+3</math> per per ciascun termine del binomio divisore e si scrive il risultato (<math>+3x + 6</math>), <b>cambiato di segno</b>, a sinistra sotto i termini dello stesso grado del polinomio ridotto dividendo</p>
$\begin{array}{r} x^3 + 0x^2 - x + 6 \\ -x^3 - 2x^2 \\ \hline -2x^2 - x + 6 \\ +2x^2 + 4x \\ \hline +3x + 6 \\ -3x - 6 \\ \hline 0 \end{array}$	$\begin{array}{r} x + 2 \\ \hline x^2 - 2x + 3 \end{array}$	<p>si sommano i termini simili e si riporta il risultato ottenuto. Se i calcoli sono corretti il resto è zero</p>

Per definizione di divisione: DIVIDENDO = QUOZIENTE · DIVISORE

$$x^3 - x + 6 = (x^2 - 2x + 3) \cdot (x + 2)$$

# Scomposizione di un polinomio mediante la divisione

2.	Scomponiamo il seguente polinomio di quarto grado in $x$ : $4x^3 + x^2 - 2x + 1$	
$4x^3 + x^2 - 2x + 1$	si ordina, se necessario, il polinomio da scomporre secondo le potenze decrescenti della variabile	
$+1, -1$	si individuano i divisori del termine noto del polinomio (+1)	
per $x = 1$ si ha $4 + 1 - 2 + 1 = 4$  per $x = -1$ si ha $-4 + 1 + 2 + 1 = 0$	tra i divisori trovati si cerca quello che <b>annulla</b> il polinomio. Per fare ciò si sostituiscono i divisori trovati uno alla volta alla variabile $x$ del polinomio e si sviluppano i calcoli.  <b>-1</b> è il divisore cercato. Esso è detto "zero" del polinomio.  Il polinomio da scomporre ammette come divisore il binomio $x - (-1) = x + 1$	
$(4x^3 + x^2 - 2x + 1) : (x + 1)$	si procede alla divisione tra il polinomio da scomporre e il binomio divisore trovato	
$4x^3 + x^2 - 2x + 1$	si completa, se necessario, il polinomio da scomporre con i termini mancanti	
$4x^3 + x^2 - 2x + 1$   $x + 1$	si crea la griglia come in figura disponendo il polinomio dividendo a sinistra e il binomio divisore a destra	
$4x^3 + x^2 - 2x + 1$   $x + 1$ $4x^2$	si divide il primo termine ( $4x^3$ ) del polinomio dividendo per il primo termine ( $x$ ) del binomio divisore e si scrive il risultato $4x^2$ nello spazio in basso a destra	
$4x^3 + x^2 - 2x + 1$   $x + 1$ $-4x^3 - 4x^2$ $4x^2$	si moltiplica $4x^2$ per ciascun termine del binomio divisore e si scrive il risultato ( $4x^3 + 4x^2$ ), <b>cambiato di segno</b> , a sinistra sotto i termini dello stesso grado del polinomio ridotto	
$4x^3 + x^2 - 2x + 1$   $x + 1$ $-4x^3 - 4x^2$ <hr/> $0 - 3x^2 - 2x + 1$   $4x^2$	si sommano i termini simili e si riporta il risultato ottenuto.  Tale operazione porta all'eliminazione del termine di grado massimo	

# Scomposizione di un polinomio mediante la divisione

$\begin{array}{r l} 4x^3 + x^2 - 2x + 1 & x + 1 \\ -4x^3 - 4x^2 & \hline \hline -3x^2 - 2x + 1 & 4x^2 - 3x \end{array}$	<p>si divide il primo termine (<math>-3x^2</math>) del polinomio ridotto per il primo termine (<math>x</math>) del binomio divisore e si scrive il risultato <math>-3x</math> nello spazio in basso a destra</p>
$\begin{array}{r l} 4x^3 + x^2 - 2x + 1 & x + 1 \\ -4x^3 - 4x^2 & \hline \hline -3x^2 - 2x + 1 & 4x^2 - 3x \\ +3x^2 + 3x & \hline \hline 0 & x + 1 \end{array}$	<p>si moltiplica <math>-3x</math> per ciascun termine del binomio divisore e si scrive il risultato (<math>-3x^2 - 3x</math>), <b>cambiato di segno</b>, a sinistra sotto i termini dello stesso grado del polinomio ridotto</p>
$\begin{array}{r l} 4x^3 + x^2 - 2x + 1 & x + 1 \\ -4x^3 - 4x^2 & \hline \hline -3x^2 - 2x + 1 & 4x^2 - 3x \\ +3x^2 + 3x & \hline \hline 0 & x + 1 \end{array}$	<p>si sommano i termini simili e si riporta il risultato ottenuto</p>
$\begin{array}{r l} 4x^3 + x^2 - 2x + 1 & x + 1 \\ -4x^3 - 4x^2 & \hline \hline -3x^2 - 2x + 1 & 4x^2 - 3x + 1 \\ +3x^2 + 3x & \hline \hline x + 1 & \end{array}$	<p>si divide il polinomio ridotto <math>x + 1</math> per il binomio divisore <math>x + 1</math> e si scrive il risultato <math>+1</math> nello spazio in basso a destra</p>
$\begin{array}{r l} 4x^3 + x^2 - 2x + 1 & x + 1 \\ -4x^3 - 4x^2 & \hline \hline -3x^2 - 2x + 1 & 4x^2 - 3x + 1 \\ +3x^2 + 3x & \hline \hline x + 1 & \\ -x - 1 & \hline \hline 0 & \end{array}$	<p>si moltiplica <math>+1</math> per ciascun termine del binomio divisore e si scrive il risultato (<math>x + 1</math>), <b>cambiato di segno</b>, a sinistra sotto i termini dello stesso grado del polinomio ridotto</p>
$\begin{array}{r l} 4x^3 + x^2 - 2x + 1 & x + 1 \\ -4x^3 - 4x^2 & \hline \hline -3x^2 - 2x + 1 & 4x^2 - 3x + 1 \\ +3x^2 + 3x & \hline \hline x + 1 & \\ -x - 1 & \hline \hline 0 & \end{array}$	<p>si sommano i termini simili e si riporta il risultato ottenuto. Se i calcoli sono corretti il resto è zero</p>

Per definizione di divisione si ha:

$$\text{DIVIDENDO} = \text{QUOZIENTE} \cdot \text{DIVISORE}$$

$$4x^3 + x^2 - 2x + 1 = (4x^2 - 3x + 1) \cdot (x + 1)$$