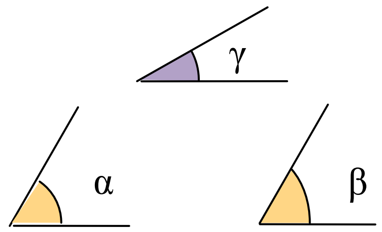
Teoremi di geometria piana

la congruenza

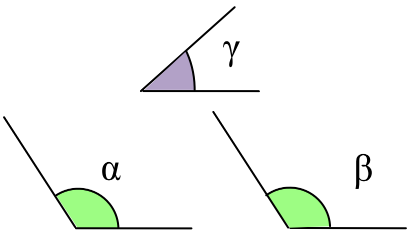
teoremi sugli angoli



teorema sugli angoli complementari

Se due angoli sono complementari di uno stesso angolo
allora sono congruenti

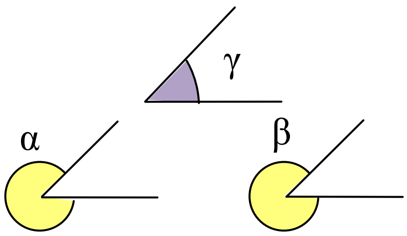
In generale:
Se due angoli sono complementari di due angoli congruenti
allora sono congruenti



teorema sugli angoli supplementari

Se due angoli sono supplementari di uno stesso angolo
allora sono congruenti

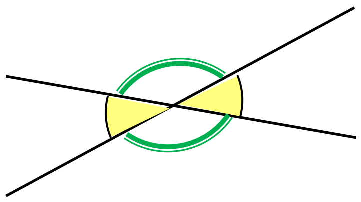
In generale:
Se due angoli sono supplementari di due angoli congruenti
allora sono congruenti



teorema sugli angoli esplementari

Se due angoli sono esplementari di uno stesso angolo
allora sono congruenti

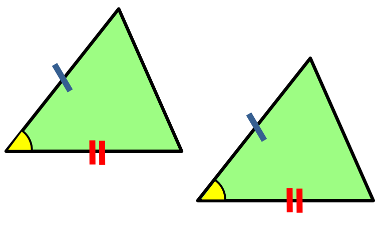
In generale:
Se due angoli sono esplementari di due angoli congruenti
allora sono congruenti



teorema sugli angoli opposti al vertice

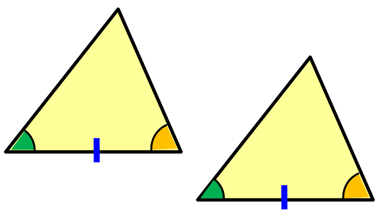
Gli angoli opposti al vertice sono congruenti

teoremi sui triangoli



I criterio di congruenza

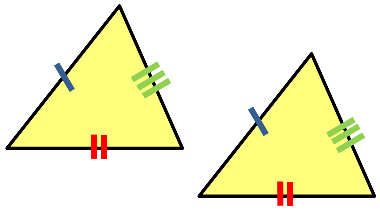
Se due triangoli hanno due lati e l'angolo tra essi compreso congruenti
allora sono congruenti



II criterio di congruenza

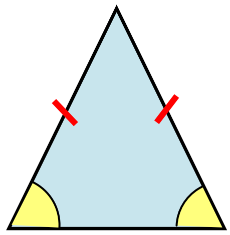
Se due triangoli hanno due angoli e il lato tra essi compreso congruenti
allora sono congruenti

Teoremi di geometria piana



III criterio di congruenza

Se due triangoli hanno i tre lati congruenti
allora sono congruenti

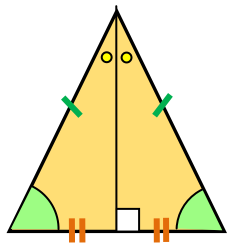


I teorema sul triangolo isoscele

Se un triangolo è isoscele
allora gli angoli adiacenti alla base sono congruenti

Vale anche l'inverso:

Se un triangolo ha due angoli congruenti
allora il triangolo è isoscele



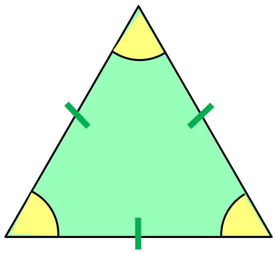
II teorema sul triangolo isoscele

Se un triangolo è isoscele
allora la bisettrice dell'angolo al vertice è mediana e altezza relativa alla base

Vale anche:

In un triangolo isoscele

- la mediana relativa alla base è bisettrice dell'angolo al vertice e altezza relativa alla base
- l'altezza relativa alla base è mediana relativa alla base e bisettrice dell'angolo al vertice

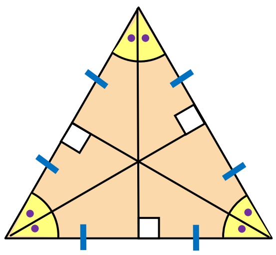


I teorema sul triangolo equilatero

Se un triangolo è equilatero
allora gli angoli sono tutti congruenti

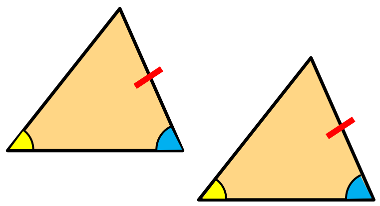
Vale anche l'inverso:

Se un triangolo ha tutti gli angoli congruenti
allora è un triangolo equilatero



II teorema sul triangolo equilatero

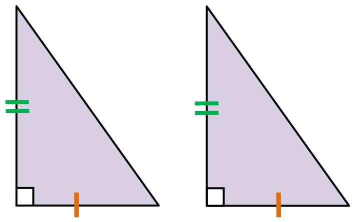
Se un triangolo è equilatero
allora le tre mediane coincidono con le tre bisettrici, con le tre altezze e con i tre assi



II criterio di congruenza generalizzato

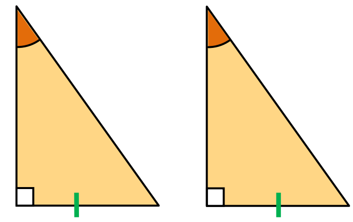
Se due triangoli hanno due angoli e un lato congruenti
allora sono congruenti

Teoremi di geometria piana



I criterio di congruenza dei triangoli rettangoli

Se due triangoli rettangoli hanno i due cateti congruenti
allora sono congruenti

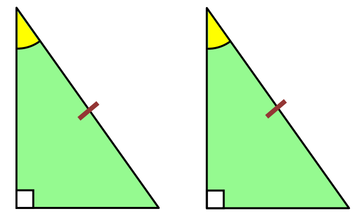


II criterio di congruenza dei triangoli rettangoli

Se due triangoli rettangoli hanno un cateto e l'angolo acuto opposto congruenti
allora sono congruenti

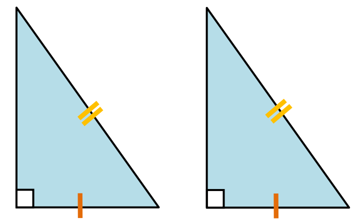
Vale anche:

Se due triangoli rettangoli hanno un cateto e l'angolo acuto adiacente congruenti
allora sono congruenti



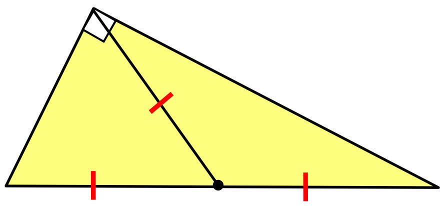
III criterio di congruenza dei triangoli rettangoli

Se due triangoli rettangoli hanno l'ipotenusa e un angolo acuto congruenti
allora sono congruenti



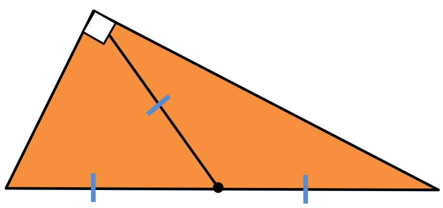
IV criterio di congruenza dei triangoli rettangoli

Se due triangoli rettangoli hanno l'ipotenusa e un cateto congruenti
allora sono congruenti



teorema della mediana in un triangolo rettangolo

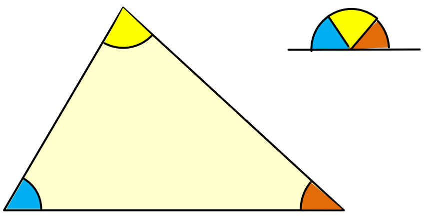
In ogni triangolo rettangolo la mediana relativa all'ipotenusa è congruente alla metà dell'ipotenusa stessa



teorema inverso della mediana in un triangolo rettangolo

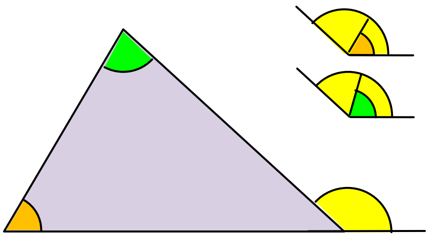
Se in un triangolo la mediana relativa al lato maggiore è congruente alla metà di questo
allora il triangolo è rettangolo

Teoremi di geometria piana



teorema sulla somma degli angoli interni di un triangolo

In un triangolo la somma degli angoli interni è congruente a un angolo piatto

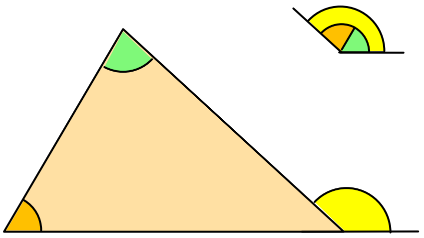


I teorema dell'angolo esterno

In un triangolo ogni angolo esterno è maggiore di ciascun angolo interno non adiacente ad esso

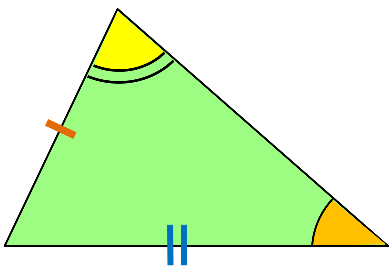
Osserva che:

La somma di due angoli di un triangolo è minore di un angolo piatto



II teorema dell'angolo esterno

In un triangolo ogni angolo esterno è congruente alla somma degli angoli interni non adiacenti ad esso

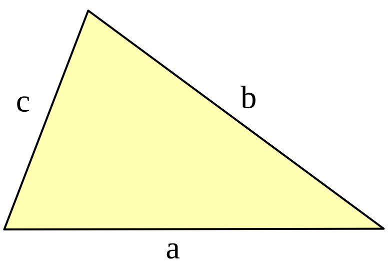


I teorema sulle disuguaglianze dei lati di un triangolo

Se un triangolo ha due lati disuguali
allora al lato maggiore si oppone l'angolo maggiore

Vale anche:

Se un triangolo ha due angoli disuguali
allora all'angolo maggiore si oppone il lato maggiore



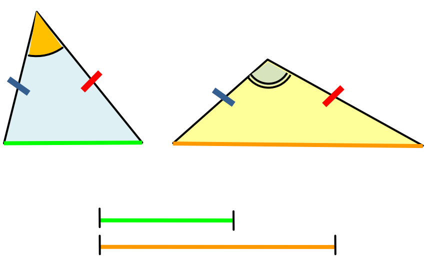
II teorema sulle disuguaglianze dei lati di un triangolo

In un triangolo ogni lato:

- è minore della somma degli altri due
- è maggiore della differenza degli altri due

Ad esempio:

- $a < b + c$ oppure $b < a + c$ oppure $c < a + b$
- $a > b - c$ oppure $b > a - c$ oppure $c > a - b$



relazione tra gli elementi di due triangoli

Se due triangoli hanno due lati congruenti e gli angoli compresi disuguali
allora dei terzi lati è maggiore quello opposto all'angolo maggiore

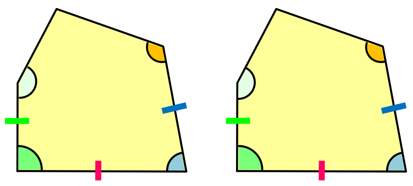
Vale anche l'inverso:

Se due triangoli hanno due lati congruenti e i terzi lati diseguali
allora degli angoli opposti ai terzi lati è maggiore quello opposto al lato maggiore

Teoremi di geometria piana

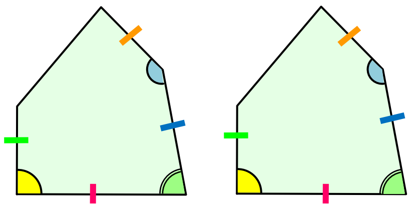
teoremi sui poligoni

I criterio di congruenza dei poligoni



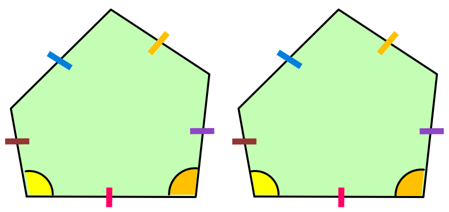
Se due poligoni con lo stesso numero di lati hanno congruenti tutti i lati e gli angoli compresi ad *eccezione* di **due** lati consecutivi e dell'angolo compreso
allora essi sono congruenti

II criterio di congruenza dei poligoni



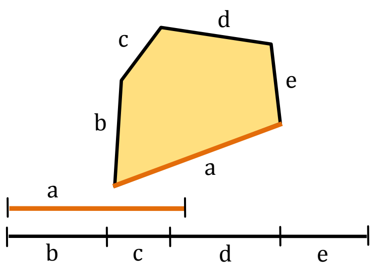
Se due poligoni con lo stesso numero di lati hanno congruenti tutti i lati e gli angoli compresi ad *eccezione* di **due** angoli e del lato compreso
allora essi sono congruenti

III criterio di congruenza dei poligoni



Se due poligoni con lo stesso numero di lati hanno congruenti tutti i lati e gli angoli compresi ad *eccezione* di **tre** angoli consecutivi
allora essi sono congruenti

teorema sulle disuguaglianze dei lati di un poligono

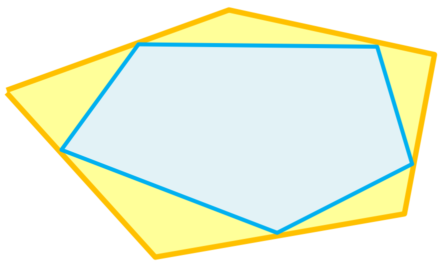


In un poligono ogni lato è minore della somma di tutti gli altri lati

Ad esempio:

$a < b + c + d + e$ oppure $b < a + c + d + e$ oppure $c < a + b + d + e$ ...

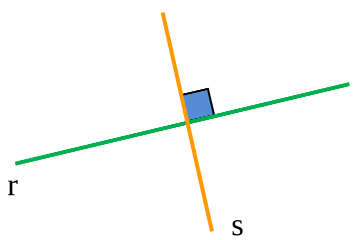
relazione tra i perimetri di due poligoni



Se un poligono convesso è inscritto in un altro poligono
allora il suo perimetro è minore del perimetro del poligono circoscritto

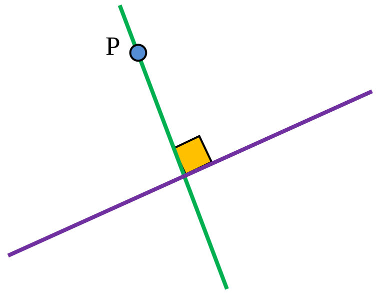
teoremi sulle rette perpendicolari e sulle rette parallele

teorema sulle rette perpendicolari



Se due rette incidenti formano un angolo retto
allora esse sono perpendicolari

Teoremi di geometria piana

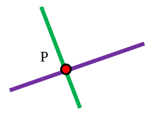


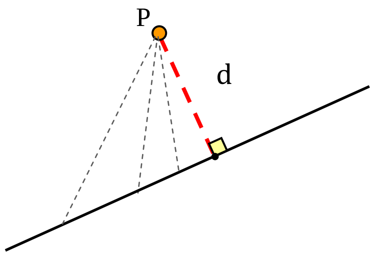
teorema sull'esitenza ed unicità della retta perpendicolare

Da un punto esterno ad una retta passa una ed una sola perpendicolare alla retta stessa

Osserva che:

Il teorema vale anche nel caso in cui il punto appartiene alla retta



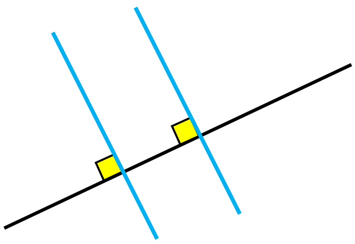


teorema sulla distanza di un punto da una retta

La distanza di un punto da una retta è il segmento di perpendicolare condotto dal punto alla retta

Osserva che:

La distanza di un punto da una retta è il segmento minore tra tutti i segmenti condotti dal punto alla retta

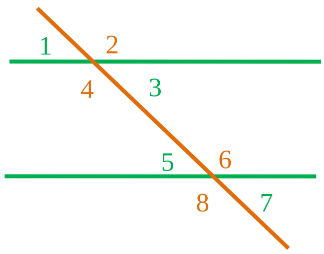


teorema sull'esistenza di rette parallele

Se due rette sono perpendicolari ad una stessa retta
allora esse sono parallele tra loro

Vale anche:

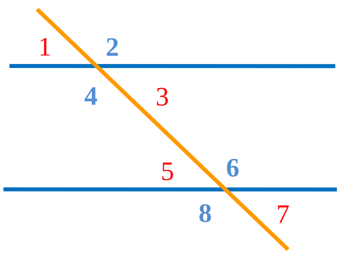
Se due rette sono parallele
allora una terza retta perpendicolare alla prima è anche perpendicolare alla seconda



teorema sulle rette parallele tagliate da una trasversale

Due rette parallele tagliate da una trasversale formano:

- angoli alterni interni ed alterni esterni congruenti
- angoli corrispondenti congruenti
- angoli coniugati interni e coniugati esterni supplementari

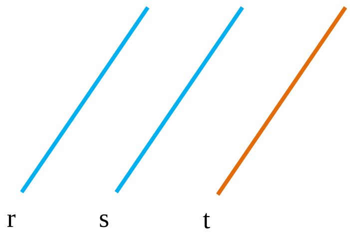


criterio di parallelismo

Se due rette tagliate da una trasversale formano:

- angoli alterni interni o alterni esterni congruenti **o**
- angoli corrispondenti congruenti **o**
- angoli coniugati interni o coniugati esterni supplementari

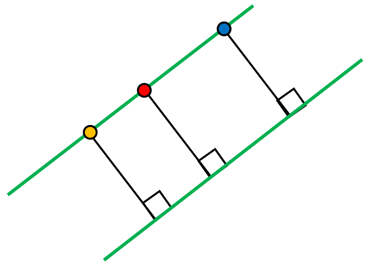
allora le due rette sono parallele



proprietà transitiva del parallelismo

Se due rette sono parallele ad una terza retta
allora esse sono parallele tra loro

Teoremi di geometria piana

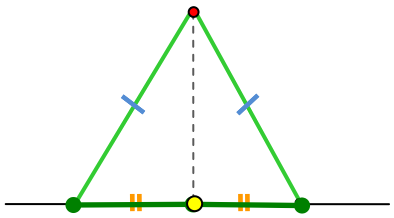


distanza tra due rette parallele

Se due rette sono parallele
allora i punti di una retta hanno uguale distanza dall'altra retta

cioè le due rette mantengono sempre la stessa distanza

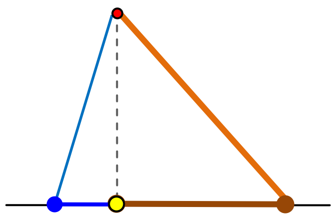
teoremi sulle proiezioni



teorema sulle proiezioni congruenti

Se due segmenti obliqui condotti da un punto ad una retta hanno proiezioni congruenti
allora essi sono congruenti

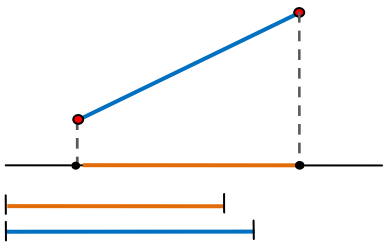
Vale anche l'inverso:
Se due segmenti obliqui condotti da un punto ad una retta sono congruenti
allora hanno proiezioni congruenti



teorema sulle proiezioni **non** congruenti

Se due segmenti obliqui condotti da un punto ad una retta hanno proiezioni **non** congruenti
allora è maggiore il segmento avente proiezione maggiore

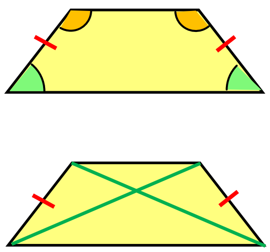
Vale anche l'inverso:
Se due segmenti obliqui condotti da un punto ad una retta non sono congruenti
allora quello maggiore ha proiezione maggiore



teorema generale sulle proiezioni

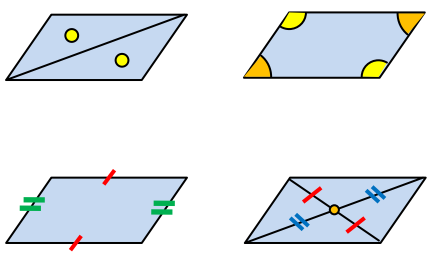
La proiezione di un segmento su una retta è minore o uguale del segmento stesso

teoremi sui quadrilateri particolari



teorema sul trapezio

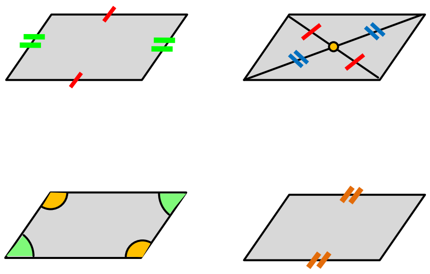
Se un trapezio è isoscele
allora
- gli angoli adiacenti alle basi sono congruenti
- le diagonali sono congruenti



teorema sul parallelogrammo

In un parallelogrammo:
- i triangoli in cui esso viene diviso da una diagonale sono congruenti
- i lati opposti sono a due a due congruenti
- gli angoli opposti sono a due a due congruenti
- le diagonali si incontrano nel loro punto medio
- gli angoli adiacenti a ciascun lato sono supplementari

Teoremi di geometria piana

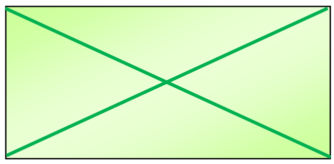


teorema inverso sul parallelogrammo

Se un quadrilatero ha:

- i lati opposti a due a due congruenti **o**
- gli angoli opposti a due a due congruenti **o**
- le diagonali che si incontrano nel loro punto medio **o**
- gli angoli adiacenti a ciascun lato supplementari **o**
- due lati opposti congruenti e paralleli

allora il quadrilatero è un parallelogrammo

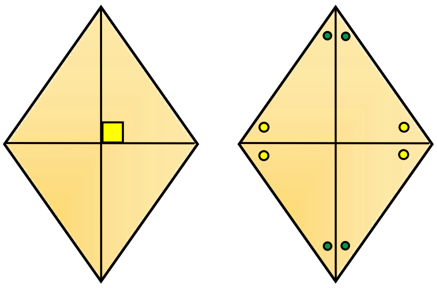


teorema sul rettangolo

In un rettangolo le diagonali sono congruenti

Vale anche l'inverso:

Se un parallelogrammo ha le diagonali congruenti
allora è un rettangolo



teorema sul rombo

In un rombo le diagonali sono

- perpendicolari tra loro
- bisettrici degli angoli interni

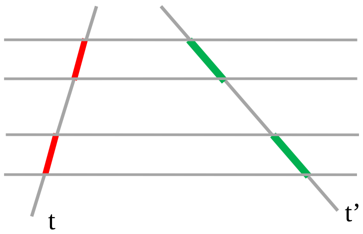
Vale anche l'inverso:

Se in un parallelogrammo le diagonali sono

- perpendicolari tra loro **o**
- bisettrici degli angoli interni

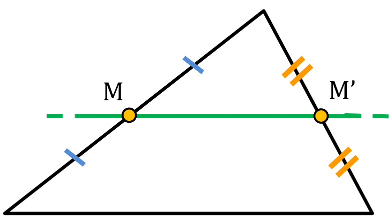
allora il parallelogrammo è un rombo

primi teoremi sul fascio di rette parallele



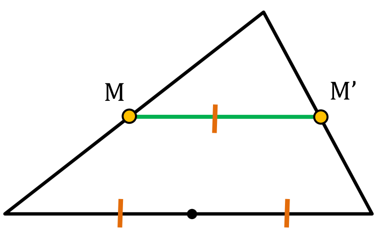
teorema sul fascio di rette parallele

Se un fascio di rette parallele è tagliato da due trasversali
allora a segmenti congruenti su una trasversale corrispondono segmenti congruenti sull'altra trasversale



teorema della parallela dal punto medio di un lato di un triangolo

Se dal punto medio di un lato di un triangolo si conduce la parallela ad un secondo lato
allora questa incontra il terzo lato nel suo punto medio

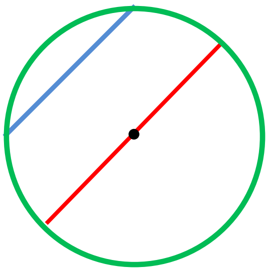


teorema sulla corda dei punti medi di due lati di un triangolo

Se una corda di un triangolo ha per estremi i punti medi di due lati
allora essa è parallela al terzo lato ed uguale alla sua metà

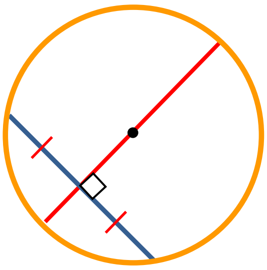
Teoremi di geometria piana

teoremi sulla circonferenza



teorema sulla relazione tra diametro e corda

In una circonferenza, un diametro è maggiore di qualunque corda

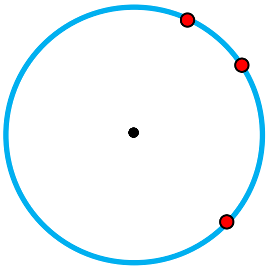


teorema sull'asse di una corda

Se un diametro di una circonferenza è perpendicolare ad una corda **allora** il diametro la dimezza

Vale anche:

L'asse di una corda passa per il centro della circonferenza

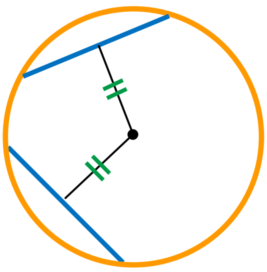


teorema sui punti di una circonferenza

Per tre punti non allineati passa una ed una sola circonferenza

Vale anche:

Tre punti di una circonferenza non possono essere allineati

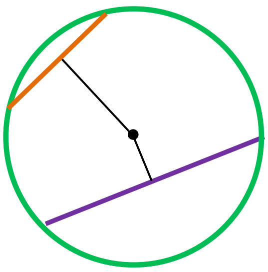


I teorema sulle corde e loro distanza dal centro

Se due corde di una stessa circonferenza, o di due circonferenze congruenti, sono congruenti
allora sono equidistanti dal centro

Vale anche l'inverso:

Se due corde di una stessa circonferenza, o di due circonferenze congruenti, hanno la stessa distanza dal centro
allora sono congruenti

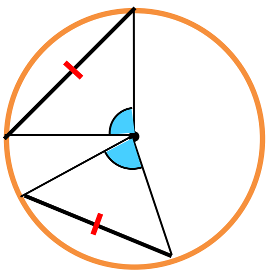


II teorema sulle corde e loro distanza dal centro

Se due corde di una stessa circonferenza, o di due circonferenze congruenti, sono disuguali
allora la corda maggiore ha distanza minore dal centro

Vale anche l'inverso:

Se due corde di una stessa circonferenza, o di due circonferenze congruenti, hanno distanza disuguale dal centro
allora è maggiore la corda con distanza minore dal centro



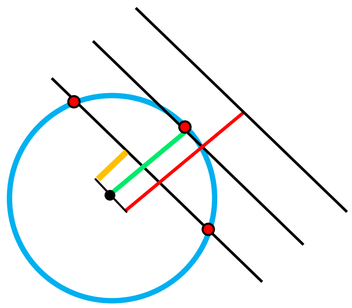
teorema sulla relazione tra archi, corde e angoli al centro

Se due angoli al centro di una stessa circonferenza, o di due circonferenze congruenti, sono congruenti
allora gli archi e le corde corrispondenti sono congruenti

Vale anche l'inverso:

Se due archi (corde) di una stessa circonferenza, o di due circonferenze congruenti, sono congruenti
allora le corde (gli archi) e gli angoli al centro corrispondenti sono congruenti

Teoremi di geometria piana

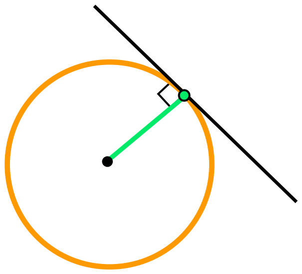


teorema sulla posizione reciproca di una retta e di una circonferenza

Se la distanza di una retta dal centro di una circonferenza è minore, uguale o maggiore del raggio
allora la retta ha in comune con la circonferenza rispettivamente due punti (secante), un punto (tangente), nessun punto (esterna)

Vale anche l'inverso:

Se una retta ha in comune con una circonferenza due punti o un punto o nessun punto
allora la retta ha distanza dal centro della circonferenza, rispettivamente, minore, uguale o maggiore del raggio

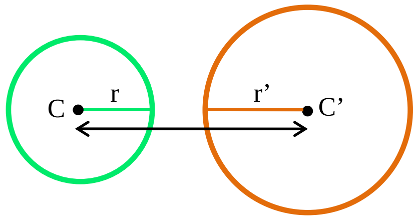


teorema sulla retta tangente ad una circonferenza

Se una retta è tangente in un punto ad una circonferenza
allora è perpendicolare al raggio in quel punto

Vale anche l'inverso:

Se una retta è perpendicolare al raggio in un punto appartenente alla circonferenza
allora la retta è tangente alla circonferenza in quel punto

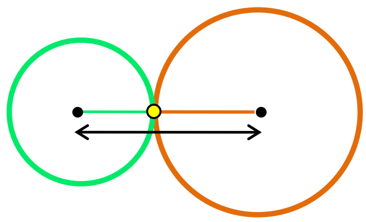


I teorema sulla posizione reciproca di due circonferenze circonferenze esterne

Se due circonferenze hanno i punti dell'una esterni all'altra
allora la distanza tra i centri è maggiore della somma dei raggi

Vale anche l'inverso:

Se la distanza tra i centri di due circonferenze è maggiore della somma dei raggi
allora le due circonferenze hanno i punti dell'una esterni all'altra (circonferenze esterne)

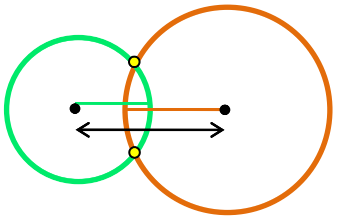


II teorema sulla posizione reciproca di due circonferenze circonferenze tangenti esterne

Se due circonferenze hanno un punto in comune e i punti dell'una esterni all'altra
allora la distanza tra i centri è congruente alla somma dei raggi

Vale anche l'inverso:

Se la distanza tra i centri di due circonferenze è congruente alla somma dei raggi
allora le due circonferenze hanno un punto in comune (circonferenze tangenti esterne)

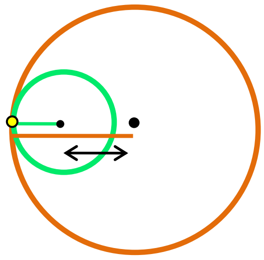


III teorema sulla posizione reciproca di due circonferenze circonferenze secanti

Se due circonferenze hanno due punti in comune
allora la distanza tra i centri è minore della somma dei raggi e maggiore della differenza dei raggi

Vale anche l'inverso:

Se la distanza tra i centri di due circonferenze è minore della somma dei raggi e maggiore della differenza dei raggi
allora le due circonferenze hanno due punti in comune (circonferenze secanti)



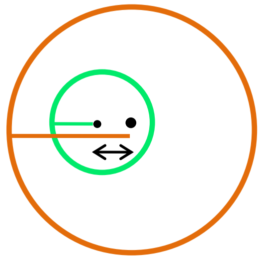
IV teorema sulla posizione reciproca di due circonferenze circonferenze tangenti interne

Se due circonferenze hanno un punto in comune e i punti dell'una interni all'altra
allora la distanza tra i centri è congruente alla differenza dei raggi

Vale anche l'inverso:

Se la distanza tra i centri di due circonferenze è congruente alla differenza dei raggi
allora le due circonferenze hanno un punto in comune (circonferenze tangenti interne)

Teoremi di geometria piana

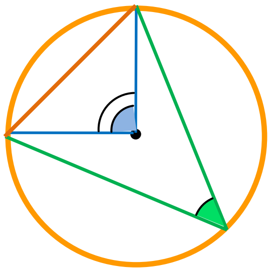


V teorema sulla posizione reciproca di due circonferenze circonferenze interne

Se due circonferenze hanno i punti dell'una interna all'altra
allora la distanza dei centri è minore della differenza dei raggi

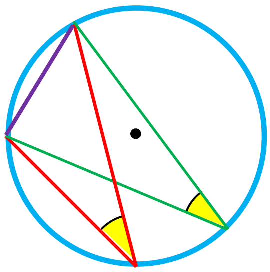
Vale anche l'inverso:

Se la distanza dei centri di due circonferenze è minore della differenza dei raggi
allora i punti dell'una sono interni all'altra (circonferenze interne)



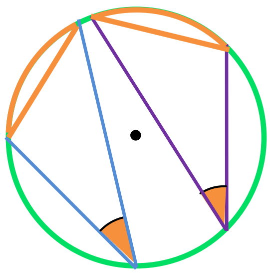
teorema sugli angoli alla circonferenza

In ogni circonferenza un angolo alla circonferenza è congruente alla metà dell'angolo al centro che insiste sullo stesso arco o sulla stessa corda



I teorema sugli angoli alla circonferenza

Se due angoli alla circonferenza insistono sullo stesso arco o sulla stessa corda
allora sono congruenti

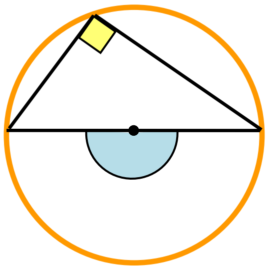


II teorema sugli angoli alla circonferenza

Se due angoli alla circonferenza insistono su archi o su corde congruenti
allora sono congruenti

Vale anche l'inverso:

Se due angoli alla circonferenza sono congruenti
allora gli archi e le corde su cui insistono sono congruenti

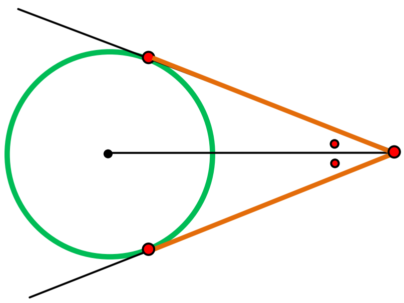


III teorema sugli angoli alla circonferenza

Se un angolo alla circonferenza insiste su una semicirconferenza
allora è retto

Osserva che:

Un triangolo inscritto in una semicirconferenza è rettangolo



teorema delle tangenti ad una circonferenza

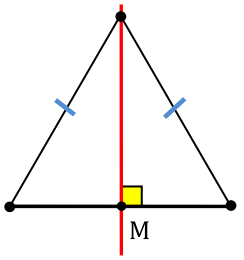
Se da un punto esterno ad circonferenza si tracciano le tangenti ad essa
allora i segmenti compresi tra il punto esterno e i punti di tangenza alla circonferenza sono congruenti

Vale anche:

La retta che congiunge il punto esterno alla circonferenza con il suo centro è bisettrice dell'angolo formato dalle due tangenti

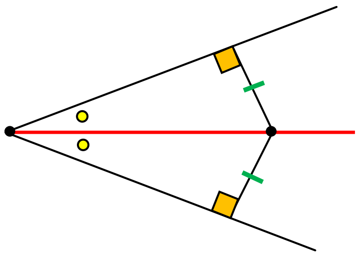
Teoremi di geometria piana

luoghi geometrici



asse di un segmento

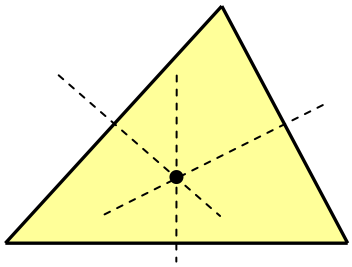
L'asse di un segmento è il luogo geometrico dei punti equidistanti dagli estremi del segmento



bisettrice di un angolo

La bisettrice di un angolo è il luogo geometrico dei punti equidistanti dai lati dell'angolo

punti notevoli di un triangolo

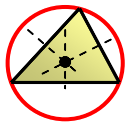


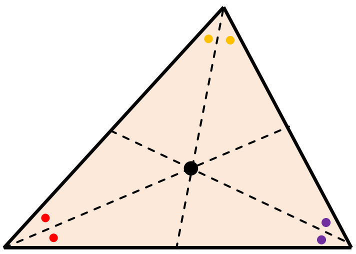
circocentro

Gli assi dei tre lati di un triangolo passano per uno stesso punto detto circocentro

Osserva che:

Il circocentro è il centro della circonferenza circoscritta al triangolo ed è equidistante dai vertici del triangolo



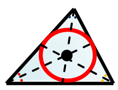


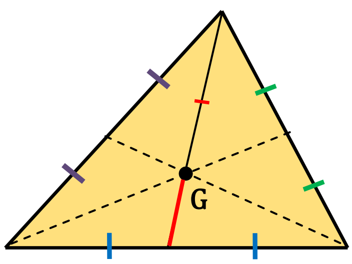
incentro

Le bisettrici degli angoli interni di un triangolo passano per uno stesso punto detto incentro

Osserva che:

L'incentro è il centro della circonferenza inscritta al triangolo ed è equidistante dai lati del triangolo



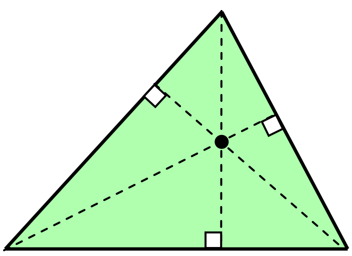


baricentro

Le mediane dei lati di un triangolo passano per uno stesso punto detto baricentro. Il baricentro divide ciascuna mediana in due parti tale che quella contenente il vertice è doppia dell'altra

Osserva che:

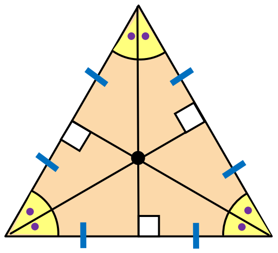
Il baricentro di una figura viene indicato tradizionalmente con la lettera **G**



ortocentro

Le altezze relative ai lati di un triangolo passano per uno stesso punto detto ortocentro

Teoremi di geometria piana

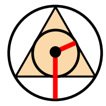


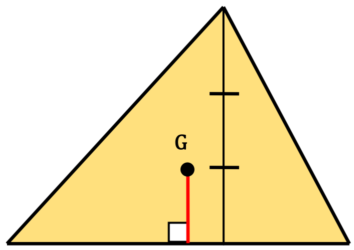
triangolo equilatero

In un triangolo equilatero i punti notevoli coincidono

Osserva che:

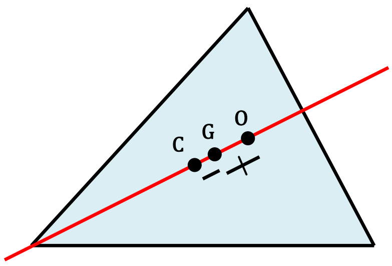
In un triangolo equilatero il raggio della circonferenza circoscritta al triangolo è doppio del raggio della circonferenza inscritta al triangolo stesso





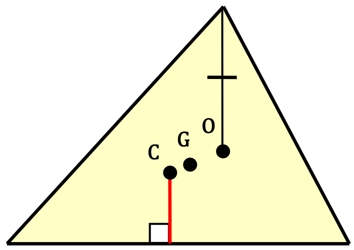
distanza del baricentro dai lati di un triangolo

In ogni triangolo la distanza del baricentro da un lato è congruente alla terza parte dell'altezza relativa allo stesso lato



teorema di Eulero

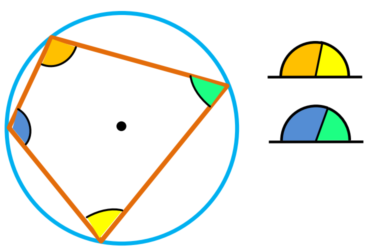
In ogni triangolo il circocentro **C**, il baricentro **G** e l'ortocentro **O** sono allineati cioè giacciono sulla stessa retta detta *retta di Eulero*. La distanza tra il baricentro e l'ortocentro è doppia della distanza tra baricentro e circocentro



corollario al teorema di Eulero

La distanza del circocentro da un lato è congruente alla metà del segmento che congiunge l'ortocentro con il vertice opposto a tale lato

poligoni inscritti e circoscritti ad una circonferenza

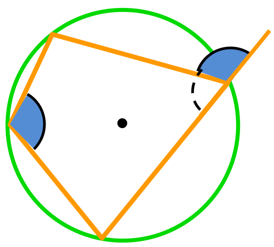


teorema sui quadrilateri inscritti

Se un quadrilatero è inscritto in una circonferenza
allora gli angoli opposti sono supplementari

Vale anche l'inverso:

Se un quadrilatero ha gli angoli opposti supplementari
allora è inscrittibile in una circonferenza



corollario

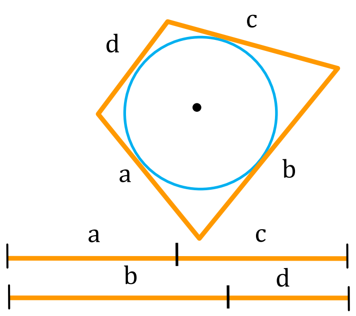
Se un quadrilatero è inscritto in una circonferenza
allora un suo angolo esterno è congruente all'angolo interno opposto al suo adiacente

Vale anche:

Se un quadrilatero ha due angoli opposti retti
allora è inscrittibile in una circonferenza

Teoremi di geometria piana

teorema sui quadrilateri circoscritti

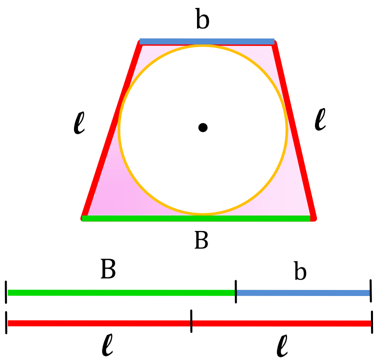


Se un quadrilatero è circoscritto ad una circonferenza
allora la somma di due lati opposti è congruente alla somma degli altri due lati

Vale anche l'inverso:

Se in un quadrilatero la somma di due lati opposti è congruente alla somma degli altri due
allora il quadrilatero è circoscrittibile ad una circonferenza

corollario

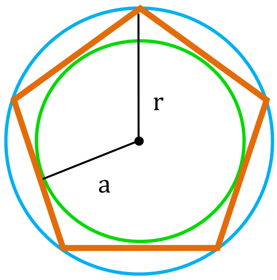


Se in un trapezio isoscele la somma della basi è congruente al doppio del lato obliquo
allora il trapezio è circoscrittibile ad una circonferenza

Vale anche:

Ogni quadrilatero equilatero cioè con i lati congruenti è circoscrittibile ad una circonferenza

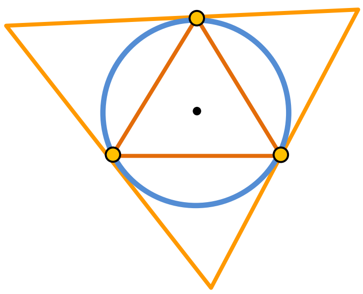
teorema sulla inscrittibilità e circoscrittibilità dei poligoni regolari



Se un poligono è regolare
allora si può inscrivere e circoscrivere con due circonferenze concentriche

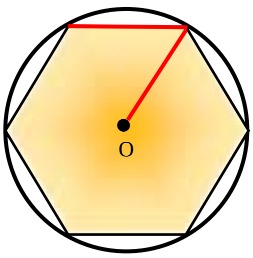
il centro delle due circonferenze è detto centro del poligono regolare

teorema sui poligoni regolari



Se si divide una circonferenza in tre o più archi congruenti
allora il poligono ottenuto congiungendo successivamente i punti di divisione e il poligono ottenuto conducendo le tangenti alla circonferenza negli stessi punti sono poligoni regolari

teorema sul lato dell'esagono regolare

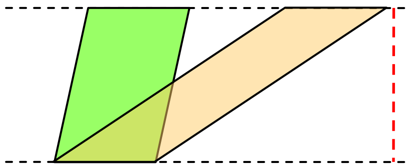


Il lato di un esagono regolare è congruente al raggio della circonferenza circoscritta ad esso

Teoremi di geometria piana

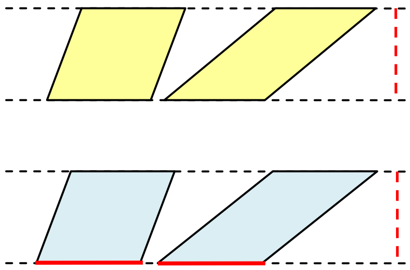
l'equivalenza e la similitudine

teoremi sull'equivalenza



teorema sull'equivalenza di parallelogrammi

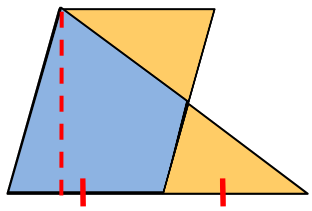
Se due parallelogrammi hanno le basi e le altezze congruenti
allora essi sono equivalenti



secondo teorema sull'equivalenza di parallelogrammi

Se due parallelogrammi sono equivalenti ed hanno le basi congruenti
allora essi hanno anche le altezze congruenti

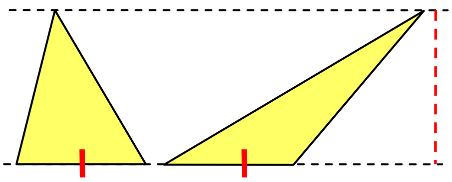
Vale anche:
Se due parallelogrammi sono equivalenti ed hanno le altezze congruenti
allora essi hanno anche le basi congruenti



teorema sull'equivalenza del triangolo e del parallelogrammo

Se un triangolo ha la stessa altezza di un parallelogrammo e la base congruente al doppio di quella del parallelogrammo
allora il triangolo e il parallelogrammo sono equivalenti

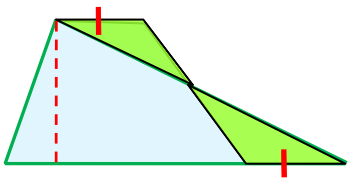
Vale anche:
Se due triangoli hanno le basi e le altezze congruenti
allora essi sono equivalenti



teorema sull'equivalenza di due triangoli

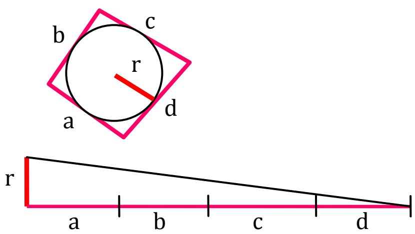
Se due triangoli hanno le basi e le altezze congruenti
allora essi sono equivalenti

Vale anche:
Se due triangoli sono equivalenti ed hanno le basi (o le altezze) congruenti
allora essi hanno anche le altezze (o le basi) congruenti



teorema sull'equivalenza del triangolo e del trapezio

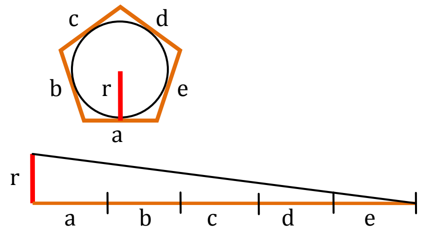
Se un triangolo ha la stessa altezza di un trapezio e la base congruente alla somma delle basi del trapezio
allora il triangolo e il trapezio sono equivalenti



teorema sull'equivalenza di un poligono circoscritto ad una circonferenza e di un triangolo

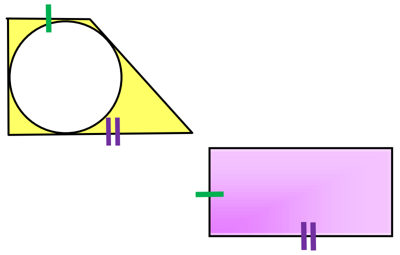
Se un poligono è circoscritto ad una circonferenza
allora è equivalente ad un triangolo che ha la base congruente al perimetro del poligono e altezza congruente al raggio della circonferenza

Teoremi di geometria piana



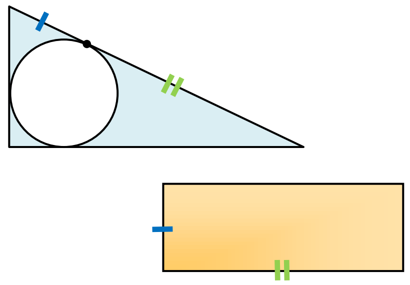
teorema sull'equivalenza di un poligono regolare e di un triangolo

Se un poligono è regolare
allora è equivalente ad un triangolo avente la base congruente al perimetro del poligono e altezza congruente all'apotema del poligono (cioè al raggio della circonferenza inscritta nel poligono)



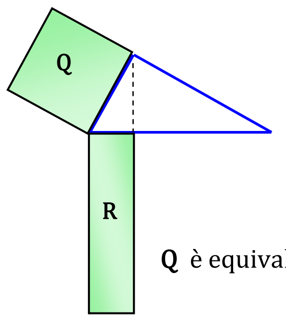
teorema sull'equivalenza del trapezio rettangolo e del rettangolo

Se un trapezio rettangolo è circoscrittibile ad una circonferenza
allora esso è equivalente ad un rettangolo avente i lati congruenti alle basi del trapezio



teorema sull'equivalenza del triangolo rettangolo e del rettangolo

Un triangolo rettangolo è equivalente al rettangolo i cui lati sono congruenti ai due segmenti in cui l'ipotenusa è divisa dal punto di contatto con la circonferenza inscritta nel triangolo rettangolo

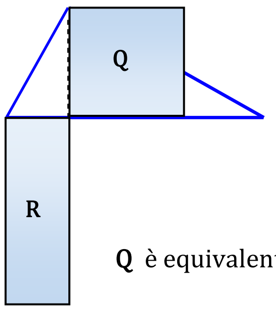


Q è equivalente ad **R**

I teorema di Euclide (enunciato secondo l'equivalenza)

In un triangolo rettangolo il quadrato costruito su un cateto è equivalente al rettangolo che ha per dimensioni la proiezione del cateto sull'ipotenusa e l'ipotenusa stessa

Vale anche l'inverso:
Se il quadrato costruito su un lato minore di un triangolo è equivalente al rettangolo che ha per dimensioni la proiezione del lato minore sul lato maggiore e il lato maggiore
allora il triangolo è rettangolo

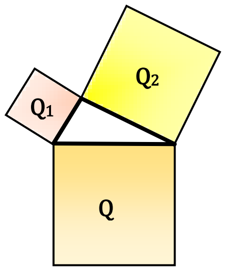


Q è equivalente ad **R**

II teorema di Euclide (enunciato secondo l'equivalenza)

In un triangolo rettangolo il quadrato costruito sull'altezza relativa all'ipotenusa è equivalente al rettangolo che ha per dimensioni le proiezioni dei cateti sull'ipotenusa

Vale anche l'inverso:
Se il quadrato costruito sull'altezza relativa al lato maggiore di un triangolo è equivalente al rettangolo che ha per dimensioni le proiezioni degli altri due lati sul lato maggiore
allora il triangolo è rettangolo



Q è equivalente a $Q_1 + Q_2$

teorema di Pitagora

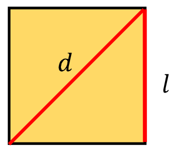
In un triangolo rettangolo il quadrato costruito sull'ipotenusa è equivalente alla somma dei quadrati costruiti sui cateti

Vale anche l'inverso:
Se il quadrato costruito sul lato maggiore di un triangolo è equivalente alla somma dei quadrati costruiti sugli altri due lati
allora il triangolo è rettangolo

Teoremi di geometria piana

Grandezze omogenee e Grandezze proporzionali

teorema sull'incommensurabilità tra il lato del quadrato e la sua diagonale



$\frac{l}{d} = irrazionale$

Il lato del quadrato e la sua diagonale sono segmenti incommensurabili

Osserva che:
Il rapporto tra il lato del quadrato e la sua diagonale è un numero irrazionale, cioè un numero decimale con infinite cifre diverse dopo la virgola

teorema sul rapporto di grandezze commensurabili

Se a e b sono due grandezze commensurabili allora $\frac{a}{b}$ può essere:

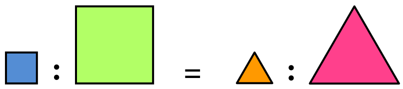
1. un numero intero
2. un numero decimale con finite cifre dopo la virgola
3. un numero periodico

Se a e b sono due grandezze incommensurabili allora $\frac{a}{b}$ è un numero decimale con infinite cifre diverse dopo la virgola

Se il rapporto di due grandezze omogenee è un numero razionale **allora** le due grandezze sono commensurabili

Il rapporto di due grandezze commensurabili è un numero razionale
Il rapporto di due grandezze incommensurabili è un numero irrazionale

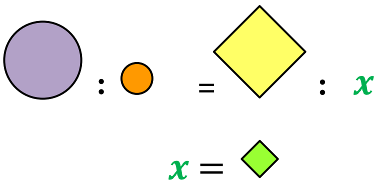
teorema fondamentale sulla proporzionalità



a : b = c : d

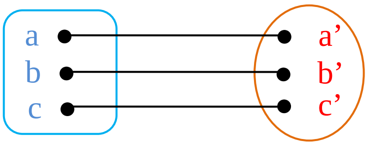
Condizione necessaria e sufficiente affinché quattro grandezze a due a due omogenee siano in proporzione è che lo siano le loro misure

teorema sulla quarta proporzionale



Assegnate tre grandezze
se le prime due sono omogenee tra loro
allora esiste ed è unica la quarta grandezza omogenea con la terza che è quarta proporzionale dopo le tre

Criterio generale di proporzionalità

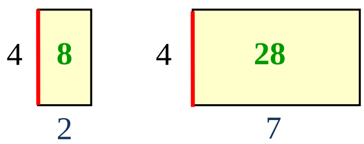


Se $a = b$ allora $a' = b'$
Se $a + b = c$ allora $a' + b' = c'$

Condizione necessaria e sufficiente affinché le grandezze di due classi in corrispondenza biunivoca siano direttamente proporzionali è che:

- a grandezze uguali in una classe corrispondono grandezze uguali dell'altra
- alla somma di due o più grandezze qualsiasi di una classe corrisponde la somma delle grandezze corrispondenti dell'altra classe

teoremi sui rettangoli proporzionali alle basi



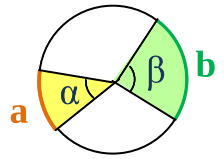
8 : 28 = 2 : 7

I rettangoli aventi altezze congruenti sono proporzionali alle rispettive basi

Vale anche:
I rettangoli aventi basi congruenti sono proporzionali alle rispettive altezze

Teoremi di geometria piana

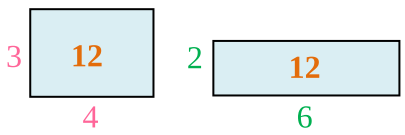
teorema sugli elementi proporzionali in un cerchio



$a : b = \alpha : \beta$

Gli archi di uno stesso cerchio o di cerchi congruenti sono proporzionali ai rispettivi angoli al centro

teorema sui rettangoli equivalenti e sui segmenti in proporzione

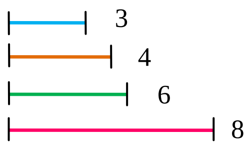


$4 : 6 = 2 : 3$

Se quattro segmenti sono in proporzione
allora il rettangolo che ha per lati i segmenti estremi della proporzione è equivalente al rettangolo che ha per lati i segmenti medi della proporzione

Vale anche l'inverso:
Se due rettangoli sono equivalenti
allora due lati consecutivi dell'uno sono i medi e i due lati consecutivi dell'altro sono gli estremi di una stessa proporzione

teorema sui segmenti e sui quadrati in proporzione

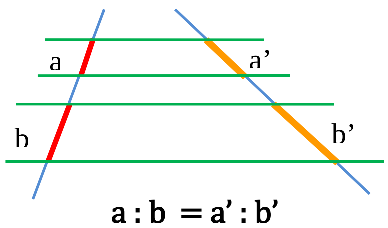


$3 : 4 = 6 : 8$

$9 : 16 = 36 : 64$

Se quattro segmenti sono in proporzione
allora i quadrati costruiti su di essi sono in proporzione

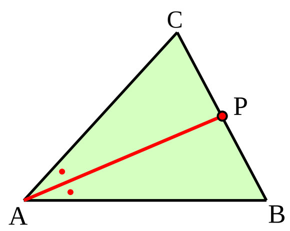
teorema di Talete



$a : b = a' : b'$

Dato un fascio di rette parallele tagliato da due trasversali i segmenti determinati su una trasversale sono proporzionali ai corrispondenti segmenti sull'altra trasversale

teorema sulla bisettrice dell'angolo interno di un triangolo

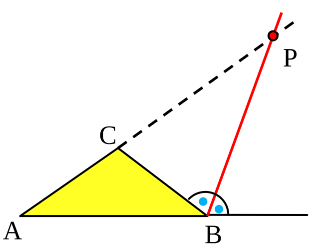


$CP : PB = AC : AB$

La bisettrice dell'angolo interno di un triangolo divide il lato opposto in parti proporzionali agli altri due lati

Vale anche l'inverso:
Se un punto interno ad un lato di un triangolo divide il lato in parti proporzionali agli altri due lati
allora la congiungente il punto con il vertice opposto è la bisettrice dell'angolo compreso tra gli altri due lati del triangolo

teorema sulla bisettrice dell'angolo esterno di un triangolo

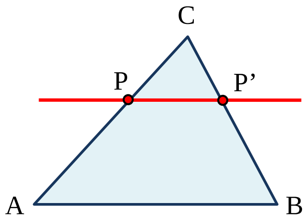


$AP : CP = AB : BC$

Se la bisettrice di un angolo esterno di un triangolo incontra il prolungamento del lato opposto in un punto
allora le distanze di questo punto dagli estremi di quel lato sono proporzionali agli altri due lati

Vale anche l'inverso:
Se un punto del prolungamento di un lato di un triangolo è tale che le sue distanze dagli estremi di quel lato sono proporzionali agli altri lati
allora la congiungente questo punto con il vertice opposto è la bisettrice del corrispondente angolo esterno del triangolo

Teoremi di geometria piana

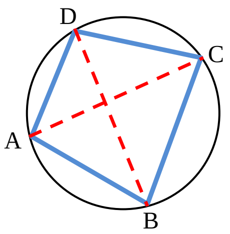


AP : PC = BP' : P'C

corollario del teorema di Talete

Se una retta è parallela ad un lato di un triangolo
allora sulle rette degli altri due lati si determinano segmenti proporzionali

Vale anche l'inverso:
Se una retta determina sui due lati di un triangolo segmenti proporzionali
allora essa è parallela al terzo lato



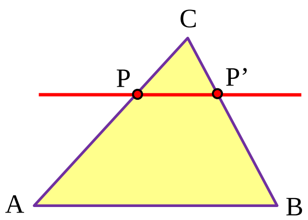
AC · BD = (AB · DC) + (AD · BC)

teorema di Tolomeo

Se un quadrilatero è inscritto in una circonferenza
allora il prodotto delle misure delle diagonali è congruente alla somma dei prodotti delle misure dei lati opposti

Vale anche l'inverso:
Se il prodotto delle misure delle diagonali di un quadrilatero è congruente alla somma dei prodotti delle misure dei lati opposti
allora il quadrilatero è inscrittibile in una circonferenza

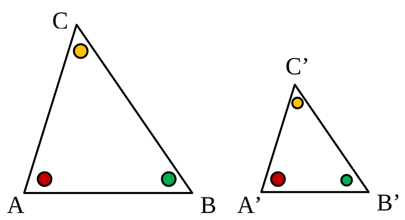
teoremi sulla similitudine



PP'C è simile ad **ABC**

teorema fondamentale della similitudine

Se una retta passante per un lato di un triangolo è condotta parallelamente ad un altro suo lato
allora la retta determina un triangolo simile al triangolo iniziale

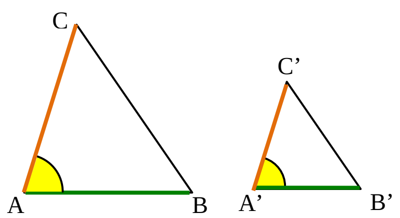


ABC è simile ad **A'B'C'**

I criterio di similitudine

Se due triangoli hanno gli angoli congruenti
allora essi sono simili

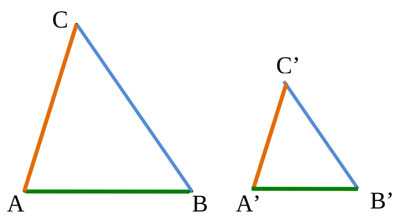
Vale anche:
Se due triangoli hanno **due** angoli congruenti
allora essi sono simili



ABC è simile ad **A'B'C'**

II criterio di similitudine

Se due triangoli hanno due lati in proporzione e gli angoli tra essi compresi congruenti
allora essi sono simili



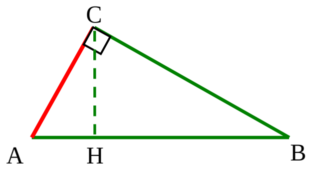
ABC è simile ad **A'B'C'**

III criterio di similitudine

Se due triangoli hanno i tre lati ordinatamente in proporzione
allora essi sono simili

Teoremi di geometria piana

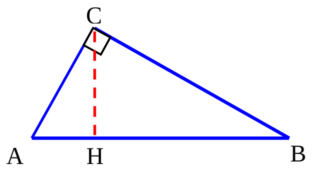
I teorema di Euclide (enunciato secondo la proporzionalità)



$$AH : AC = AC : AB$$

In un triangolo rettangolo un cateto è medio proporzionale tra la proiezione del cateto sull'ipotenusa e l'ipotenusa stessa

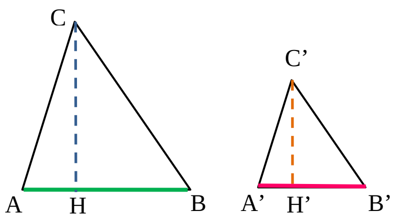
II teorema di Euclide (enunciato secondo la proporzionalità)



$$AH : CH = CH : HB$$

In un triangolo rettangolo l'altezza relativa all'ipotenusa è media proporzionale tra le proiezioni dei cateti sull'ipotenusa

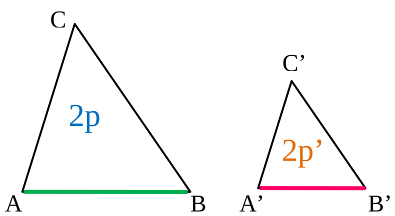
teorema delle altezze



$$AB : A'B' = CH : C'H'$$

Se due triangoli sono simili
allora le basi stanno tra loro come le rispettive altezze

teorema dei perimetri



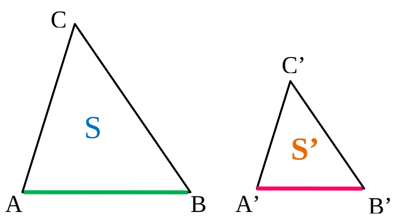
$$2p : 2p' = AB : A'B'$$

Se due triangoli sono simili
allora i perimetri stanno tra loro come due lati omologhi

In generale:

Se due poligoni sono simili
allora i perimetri stanno tra loro come di due lati omologhi

teorema delle aree



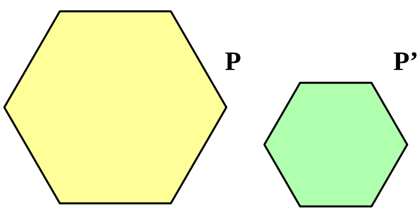
$$S : S' = (AB)^2 : (A'B')^2$$

Se due triangoli sono simili
allora le aree stanno tra loro come i quadrati di due lati omologhi

In generale:

Se due poligoni sono simili
allora le aree stanno tra loro come i quadrati di due lati omologhi

I teorema dei poligoni regolari

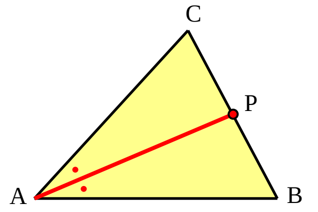


P simile a **P'**

Se due poligoni sono regolari e hanno lo stesso numero di lati
allora essi sono simili

Teoremi di geometria piana

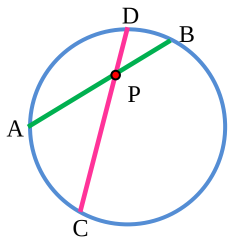
teorema della bisettrice



$\mathbf{AB} \cdot \mathbf{AC} = \mathbf{AP}^2 + \mathbf{CP} \cdot \mathbf{PB}$

In ogni triangolo il prodotto delle misure di due lati è congruente al quadrato della misura della bisettrice dell'angolo da essi formato aumentato del prodotto delle misure dei segmenti in cui tale bisettrice divide il terzo lato

teorema delle corde



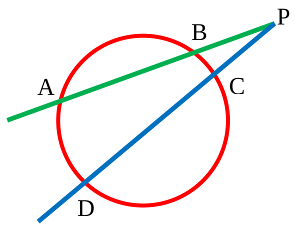
AP : PD = CP : PB

Se due corde di una stessa circonferenza si intersecano in un punto **allora** i segmenti formati su una stessa corda sono medi e i segmenti formati sull'altra corda sono estremi di una stessa proporzione

Vale anche l'inverso:

Se due segmenti si intersecano in un punto tale che le parti appartenenti ad uno stesso segmento sono medi o estremi di una proporzione
allora gli estremi dei segmenti dati appartengono alla stessa circonferenza

teorema delle secanti



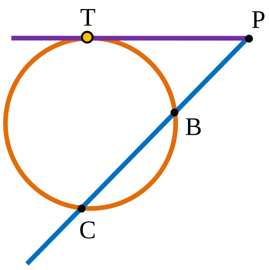
PA : PD = PC : PB

Se da un punto esterno ad una circonferenza si conducono due secanti
allora l'intera secante e la sua parte esterna sono i medi e l'altra secante intera e la sua parte sono gli estremi della proporzione

Vale anche l'inverso:

Se due segmenti consecutivi ma non adiacenti sono tali che un segmento e una sua parte sono medi proporzionali tra l'altro segmento e una sua parte
allora i quattro punti estremi non comuni dei quattro segmenti in proporzione appartengono alla stessa circonferenza

teorema della tangente e della secante



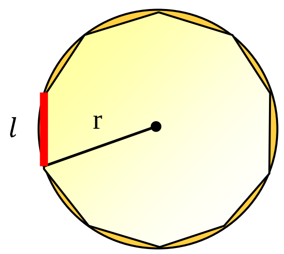
PC : PT = PT : PB

Se da un punto esterno ad una circonferenza si conduce una tangente e una secante
allora il segmento di tangenza è medio proporzionale tra l'intera secante e la sua parte esterna

Vale anche l'inverso:

Se un punto di uno di due segmenti consecutivi ma non adiacenti è tale che determina due parti estremi proporzionali all'altro segmento
allora l'altro segmento è tangente alla circonferenza passante per i tre estremi non comuni dei segmenti

teorema sul lato del decagono regolare

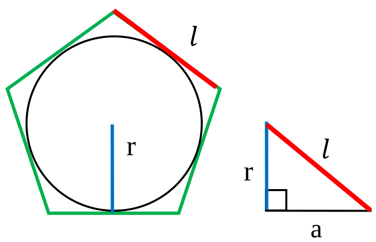


Il lato del decagono regolare inscritto in una circonferenza è congruente alla sezione aurea del raggio

il lato è medio proporzionale tra il raggio e la differenza tra il raggio e il lato cioè

$$\boldsymbol{r} : \boldsymbol{l} = \boldsymbol{l} : (\boldsymbol{r} - \boldsymbol{l})$$

teorema sul lato del pentagono regolare



Il lato del pentagono regolare è congruente all'ipotenusa di un triangolo rettangolo avente per cateti il raggio della circonferenza inscritta e la sezione aurea del lato del pentagono stesso