

# Logaritmi

## definizione

il logaritmo di un numero è l'esponente  $x$  da dare alla base  $a$  per ottenere l'argomento  $b$  cioè:  $a^x = b$

$$\log_a b = x$$

$a$  si chiama **base**  
 $b$  si chiama **argomento**  
 $x$  è il **logaritmo** in base  $a$  di  $b$

la base  $a$  deve essere  $> 0$  e  $\neq 1$   
 l'argomento  $b$  deve essere  $> 0$   
 il logaritmo  $x$  è un numero reale  $\mathbb{R}$

## proprietà

$$\log_a a = 1$$

$$\log_a 1 = 0$$

$$a^x > 0$$

## teoremi principali sui logaritmi

$$\log_a (b \cdot c) = \log_a b + \log_a c$$

teorema del prodotto

$$\log_2 3x = \log_2 3 + \log_2 x$$

$$\log_a \left(\frac{b}{c}\right) = \log_a b - \log_a c$$

teorema del rapporto

$$\log_2 \frac{x}{3} = \log_2 x - \log_2 3$$

$$\log_a b^c = c \log_a b$$

teorema della potenza

$$\log_2 x^3 = 3 \log_2 x$$

## proprietà derivate dai teoremi principali

$$\log_a^n b^m = \frac{m}{n} \log_a b$$

potenza alla base e all'argomento

$$\log_{2^3} x^4 = \frac{4}{3} \log_2 x$$

$$\log_{\frac{1}{a}} b = \log_{a^{-1}} b = -\log_a b$$

base frazionaria

$$\log_{\frac{1}{2}} x = -\log_2 x$$

$$\log_a \frac{1}{b} = \log_a b^{-1} = -\log_a b$$

argomento frazionario

$$\log_2 \frac{1}{x} = -\log_2 x$$

$$\log_{\frac{1}{a}} \frac{1}{b} = \log_{a^{-1}} b^{-1} = \log_a b$$

base e argomento frazionario

$$\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{x} = \log_2 x$$

$$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$$

scambiare la base con l'argomento

$$\log_2 x = \frac{1}{\log_x 2}$$

$$\log_n b = \frac{\log_v b}{\log_v n} \quad \begin{array}{l} v = \text{vecchia base} \\ n = \text{nuova base} \end{array}$$

formula del cambio di base

$$\log_3 x = \frac{\log_2 x}{\log_2 3}$$

$$n = \log_a a^n$$

trasformare un numero  $n$  in logaritmo in base  $a$

$$5 = \log_2 2^5$$

$$n = a^{\log_a n}$$

trasformare un numero  $n$  in potenza

$$5 = 2^{\log_2 5}$$

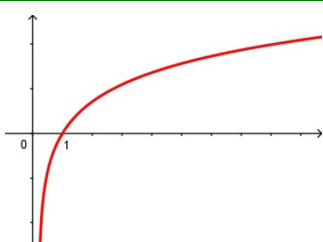


con il simbolo **ln x** si indica il logaritmo in base **e** dove  $e = 2,71828182845 \dots$  è detto "numero di Nepero"



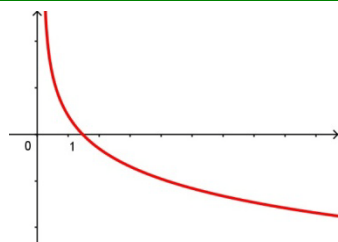
sulle calcolatrici scientifiche sono presenti i tasti **lg** e **ln** che consentono di calcolare i logaritmi in base 10 e in base "e". Per calcolare un logaritmo in una base diversa è necessario utilizzare la formula del cambio di base

## grafici delle funzioni logaritmo ed esponenziale



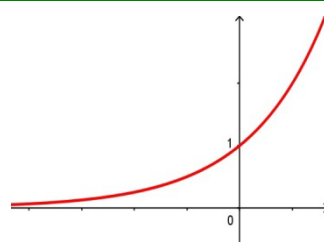
$$y = \log_a x$$

logaritmo con base  $a > 1$



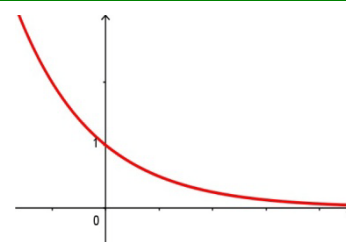
$$y = \log_a x$$

logaritmo con base  $0 < a < 1$



$$y = a^x$$

esponenziale con base  $a > 1$



$$y = a^x$$

esponenziale a base  $0 < a < 1$